XVI

Wielkopolska Liga Matematyczna

kategoria

S E N I O R

Z E S T A W **I**

Zadanie S1–N. Niech $s(m)$ oznacza sumę cyfr liczby naturalnej m. Udowodnić, że równanie

$$s(n) = s(n + s(n)) + s(n - s(n))$$

ma nieskończenie wiele rozwiązań w liczbach naturalnych.

Zadanie S1–A. Rozwiązać potrójne równanie

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = -1$$

w liczbach rzeczywistych $x, y, z \neq 0$.

Zadanie S1–G. W prostokącie $ABCD$ mamy $|AB| : |BC| = 1 : \sqrt{2}$. Punkty E i F leżą, odpowienio, na odcinkach DA i BC, przy czym czworokąt $CDEF$ jest kwadratem. Wykazać, że środek okręgu wpisanego w trójkąt CEF i środek okręgu opisanego na trójkącie BCE pokrywają się.

Zadanie S1–C. Dana jest łamana w przestrzeni. Na każdym jej odcinku budujemy trójkąt równoboczny, ale tak, żeby poza wierzchołkami te trójkąty były parami rozłączne. Rozstrzygnąć, czy jest to możliwe dla każdej łamanej.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

31 stycznia 2025 r., godz. 20:00.

Prace powinny być **w formacie PDF**. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.