XVI
Wielkopolska Liga Matematyczna

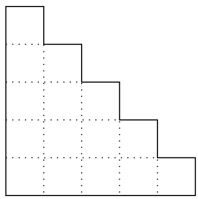
kategoria
S E N I O R
Z E S T A W **II**

Zadanie S2–N. Dla danych liczb całkowitych $x_1, x_2, \ldots, x_n$ niech S_k będzie sumą wszystkich tych liczb oprócz x_k. Wyznaczyć wszystkie liczby naturalne $n \geqslant 2$, dla których liczba $S_1 \cdot S_2 \cdot \ldots \cdot S_n$ jest parzysta niezależnie od wyboru liczb $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Zadanie S2–A. Liczby dodatnie a, b, c spełniają równość $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Wyznaczyć najmniejszą wartość wyrażenia $abc(a^2 + b^2 + c^2)$.

Zadanie S2–G. Dany jest trójkąt ostrokątny różnoboczny ABC. Punkt X_A jest symetryczny do środka okręgu opisanego na trójkącie ABC względem spodka jego wysokości poprowadzonej z wierzchołka A. Punkt Y_A leży na okręgu opisanym na trójkącie ABC i spełnia warunek $AY_A \parallel BC$. Niech ℓ_A będzie prostą $X_A Y_A$. Analogicznie określamy proste ℓ_B i ℓ_C. Dowieść, że te trzy proste przecinają się w jednym punkcie.

Zadanie S2–C. Nazwijmy *schodami* figurę przedstawioną na rysunku obok. Schody te chcemy rozciąć na pewną liczbę kwadratów, każdy o boku 1 lub 2. Dla każdego n znaleźć najmniejszą możliwą liczbę kwadratów o boku 1, potrzebną do konstrukcji schodów o wysokości n.



schody o wysokości 5

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

28 lutego 2025 r., godz. 20:00.

Prace powinny być **w formacie PDF**. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.