



XVI

Wielkopolska  
Liga  
Matematyczna

kategoria

W E T E R A N

Z E S T A W II

---

**Zadanie W2–N.** Wyznaczyć wszystkie wielomiany  $P$  o współczynnikach całkowitych, spełniające dla każdego całkowitego dodatniego  $n$  podzielność  $n \mid P(2^n)$ .

**Zadanie W2–A.** Dane są trzy różne liczby dodatnie. Niech  $A$  będzie ich średnią arytmetyczną, a  $K$  – kwadratową. Ponadto przyjmijmy  $r = \sqrt{\frac{K^2 - A^2}{2}}$ . Dowieść, że w przedziale  $[A - r, A + r]$  znajduje się dokładnie jedna z trzech danych liczb.

**Zadanie W2–G.** Dany jest kwadrat  $ABCD$  o boku 1. Punkty  $P$  i  $Q$  leżą, odpowiednio, na odcinkach  $AB$  i  $CD$ . Odcinki  $AQ$  i  $DP$  przecinają się w punkcie  $K$ , a odcinki  $BQ$  i  $CP$  w punkcie  $L$ . Wyznaczyć najmniejszą możliwą długość odcinka  $KL$  i wszystkie położenia punktów  $P$  i  $Q$ , dla których jest ona osiągalna.

**Zadanie W2–C.** Niech  $n \geq 3$  będzie liczbą nieparzystą. Kwadrat  $n \times n$ , z jednym pustym polem  $1 \times 1$ , ułożony jest z kostek domina – prostokątów  $2 \times 1$ . Jeśli kostka domina sąsiaduje swoim krótszym bokiem z pustym polem, to można ją przesunąć prostopadłe do tego boku, w taki sposób, żeby przykryła całkowicie puste pole (i odsłoniła inne). Nazwijmy taką operację *ruchem*. Przyjmijmy zasadę, że nie można dwa razy z rzędu ruszać tego samego domina. Dowieść, że można wykonać tylko skończenie wiele ruchów.

---

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

*wlm.wmi.amu.edu.pl*

w terminie do

**28 lutego 2025 r., godz. 20:00.**

Prace powinny być w formacie PDF. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.

---