



XVII

**Wielkopolska
Liga
Matematyczna**

kategoria

J U N I O R

Z E S T A W I I I

Zadanie J3N. Ustalmy liczbę naturalną $n \geq 2$ i jej dzielnik pierwszy p . Przez d oznaczmy liczbę tych dzielników n , które są podzielne przez p , a przez e – liczbę pozostałych dzielników n . Udowodnić, że liczba e jest dzielnikiem d .

Zadanie J3A. Wykazać, że dla liczb dodatnich a, b, c, d zachodzi nierówność

$$\frac{3}{4} \left(a + \frac{b}{2} + \frac{c}{4} + \frac{d}{8} \right) > \frac{\sqrt{ab}}{2} + \frac{\sqrt{bc}}{4} + \frac{\sqrt{cd}}{8}.$$

Zadanie J3G. Dany jest równoległobok $ABCD$ oraz okrąg ω ze średnicą CD . Odcinek AC przecina okrąg ω w punkcie K . Prosta prostopadła do CD i przechodząca przez punkt A przecina prostą KD w punkcie L . Dowieść, że proste AD i CL przecinają się na okręgu ω .

Zadanie J3C. Każde pole szachownicy 3×3 jest czarne albo białe. Ruch polega na zamianie kolorów wszystkich pól z wybranego wiersza, kolumny lub przekątnej (czarne zmieniają się na białe, a białe na czarne). Jaka jest najmniejsza możliwa liczba czarnych pól, którą, niezależnie od początkowego kolorowania, zawsze można otrzymać po pewnej liczbie ruchów? Uzasadnić odpowiedź.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

31 marca 2026 r., godz. 20:00.

Prace powinny być w formacie PDF. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.
