



XVII

Wielkopolska
Liga
Matematyczna

kategoria

S E N I O R

Z E S T A W II

Zadanie S2N. Dane są liczby całkowite a, b oraz $n > m > 0$. Niech p będzie liczbą pierwszą. Wykazać, że jeśli liczby $a^{n+m} + b^{n+m}$ oraz $a^{n-m} + b^{n-m}$ dzielą się przez p , to co najmniej jedna z liczb: $a^n + b^n$ lub $a^m + b^m$ również dzieli się przez p .

Zadanie S2A. Liczby wymierne x, y, z spełniają równość $x + y + z = 0$, ponadto xyz jest kwadratem pewnej liczby wymiernej. Wykazać, że

$$\frac{x^7 + y^7 + z^7}{7}$$

też jest kwadratem liczby wymiernej.

Zadanie S2G. Czy w każdym

(1) czworokącie

(2) czworokącie wypukłym

można wskazać przekątną oraz

(a) dwa

(b) trzy

boki, które nie są od niej dłuższe? Uzasadnić wszystkie cztery odpowiedzi.

Zadanie S2C. Mamy $n \geq 3$ kropek i k kresek, każda kreska łączy dokładnie dwie kropki. Nazwijmy *trójkątem* trzy kropki, z których każde dwie połączone są kreską. Będziemy kolorować każdą kropkę na biało lub czerwono. Trójkąt nazwiemy *patriotycznym*, jeśli ma co najmniej jedną kropkę białą i co najmniej jedną czerwoną.

W zależności od n wyznaczyć najmniejszą liczbę k o następującej własności:

Dla każdego n kropek można tak dobrać k kresek, żeby każde kolorowanie z użyciem obu kolorów miało patriotyczny trójkąt.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

28 lutego 2026 r., godz. 20:00.

Prace powinny być w **formacie PDF**. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy **zapoznać się z regulaminem** dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.