



XVII
Wielkopolska
Liga
Matematyczna

kategoria
S E N I O R
Z E S T A W III

Zadanie S3N. Dla $n = 2, 3, \dots$ niech a_n będzie najmniejszą liczbą całkowitą dodatnią o iloczynie cyfr równym n , o ile taka istnieje. W przeciwnym razie przyjmujemy $a_n = 0$. Dowieść, że jeśli n jest szóstą potęgą liczby naturalnej, to liczba a_n przy dzieleniu przez 11 daje resztę równą 0 lub 9.

Zadanie S3A. Trzy różne liczby dodatnie x, y, z są długościami boków trójkąta. Liczby $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, \frac{1}{z}$ również są długościami boków trójkąta. Wykazać, że

$$2(x^2 + y^2 + z^2) < 3(yz + zx + xy).$$

Zadanie S3G. Trójkąt ABC jest ostrokątny. Punkty A', B' i C' są spodkami jego wysokości poprowadzonych, odpowiednio, z wierzchołków A, B i C , przy czym $|BA'| = 3|CA'|$. Okrąg ω , opisany na trójkącie $AB'C'$, przecina odcinek $A'C'$ w punkcie $P \neq C'$. Dowieść, że prosta CP jest styczna do okręgu ω .

Zadanie S3C. Rozważmy nieskończoną szachownicę, ograniczoną z dołu i z lewej strony. Pola dwóch pierwszych wierszy i dwóch pierwszych kolumn są szare, a pozostałe pola są białe. W każde pole wpisano liczbę według reguły widocznej na rysunku.

Umieśćmy szachowego skoczka na jednym z pól. Sumę liczb na atakowanych przez niego polach nazwijmy *mocą* pola, na którym stoi ten skoczek. Dowieść, że nie ma dwóch białych pól o tej samej mocy.

15						
10	14	.	.			
6	9	13	18			
3	5	8	12	17		
1	2	4	7	11	16	

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

31 marca 2026 r., godz. 20:00.

Prace powinny być w **formacie PDF**. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy **zapoznać się z regulaminem** dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.