



XVII

Wielkopolska
Liga
Matematyczna

kategoria

W E T E R A N

Z E S T A W I

Zadanie W1N. Niech $n \geq 2$ będzie liczbą naturalną. Udowodnić, że w zbiorze

$$\{2^k \cdot 3^l : k, l \in \{1, 2, \dots, n\}\}$$

znajduje się n liczb o jednakowych sumach cyfr.

Zadanie W1A. Wyznaczyć wszystkie pary wielomianów (P, Q) o współczynnikach rzeczywistych, które spełniają równość

$$P(x)Q(y) = P(xy) + Q(xy)$$

dla wszystkich $x, y \in \mathbb{R}$.

Zadanie W1G. W trójkącie ABC punkt D leży wewnątrz odcinka BC . Okrąg Γ_B o środku B i promieniu BD przecina odcinek AB w punkcie E . Okrąg Γ_C ze środkiem C i promieniem CD przecina odcinek AC w punkcie F . Odcinki EK i FL są średnicami, odpowiednio, okręgów Γ_B i Γ_C . Punkt P na okręgu Γ_B i punkt Q na okręgu Γ_C są tak wybrane, by odcinki EQ i FP przecinały się w punkcie D . Wykazać, że $KP \parallel QL$.

Zadanie W1C. Niech $n \geq 1$ będzie liczbą naturalną. W każde z pól szachownicy $(n+1) \times (n+1)$ wpisano jedną liczbę całkowitą dodatnią, z zachowaniem następującej reguły. Każda liczba większa od 1, wpisana w pewne pole P , jest sumą $a+b$, w której liczba a znajduje się w sąsiednim polu na lewo lub prawo od P , a liczba b – w sąsiednim polu w górę lub w dół od P . Dowieść, że można tak uzupełnić szachownicę, żeby największa wpisana liczba wynosiła co najmniej $\binom{2n}{n}$.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

31 stycznia 2026 r., godz. 20:00.

Prace powinny być w formacie PDF. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.
