



XVII

Wielkopolska
Liga
Matematyczna

kategoria

W E T E R A N

Z E S T A W II

Zadanie W2N. Dany jest ciąg $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ liczb całkowitych dodatnich. Niech

$$F(m, n) = n \cdot a_m + m \cdot a_n.$$

Dowieść, że istnieje nieskończenie wiele par liczb całkowitych dodatnich (m, n) , dla których liczba $F(m, n)$ nie jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie W2A. Dla liczby całkowitej dodatniej n niech

$$a_n = \sum_{k=1}^{n^2} \sqrt{n^6 - k^3}, \quad b_n = \sum_{k=1}^{n^3} \sqrt[3]{n^6 - k^2}.$$

Wykazać, że $|a_n - b_n| \leq n^3$.

Zadanie W2G. Dane są okręgi $o_1, o_2, \omega_1, \omega_2$, których środki są, odpowiednio, w punktach P_1, P_2, Q_1, Q_2 , przy czym $P_1Q_1 \parallel P_2Q_2$. Okręgi o_1 i o_2 przecinają się w punktach A i B , a okręgi ω_1 i ω_2 – w punktach C i D . Okręgi o_1 i ω_1 przecinają się w punktach K i L , a okręgi o_2 i ω_2 – w punktach M i N . Udowodnić, że jeśli punkty A, B, C, D leżą na jednym okręgu, to punkty K, L, M, N leżą na jednej prostej.

Zadanie W2C. W wierzchołkach n -kąta foremnego wpisane są liczby rzeczywiste. *Ruchem* nazwiemy następującą procedurę:

Wybór liczby rzeczywistej x oraz pewnego wierzchołka A danego n -kąta, następnie dodanie liczby $2x$ do liczby w wierzchołku A oraz dodanie liczby x do liczb w dwóch wierzchołkach sąsiednich.

Wyznaczyć wszystkie liczby naturalne $n \geq 3$, dla których zawsze można otrzymać za pomocą takich ruchów n równych liczb, niezależnie od liczb początkowo wpisanych.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać za pośrednictwem strony internetowej

wlm.wmi.amu.edu.pl

w terminie do

28 lutego 2026 r., godz. 20:00.

Prace powinny być w **formacie PDF**. Akceptowane są skany rozwiązań napisanych ręcznie i rozwiązania zredagowane na komputerze.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy **zapoznać się z regulaminem** dostępnym na wyżej wymienionej stronie internetowej.