



A1. Oznaczmy przez $S(k)$ sumę cyfr liczby naturalnej k w zapisie dziesiętnym. Wyznaczyć wszystkie liczby naturalne $n \geq 1$, które spełniają równość $S(11^n) = 2^n$.

A2. Dowieść, że dla każdego naturalnego $n \geq 1$ zachodzi nierówność

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{3n} > 1.$$

A3. Trójkąt ABC wpisany jest w okrąg o środku O i promieniu R . Proste AC i BC przecinają symetralną odcinka AB w punktach odpowiednio P i Q . Wykazać, że $R = \sqrt{OP \cdot OQ}$.

A4. Funkcja $f : \mathbb{N}_+ \rightarrow \mathbb{N}_+$, spełnia dla każdej liczby naturalnej $n > 0$ równość

$$\underbrace{f(f(\dots f(n)\dots))}_n = n.$$

Wykazać, że dla nieskończenie wielu liczb naturalnych n zachodzi podzielność $n \mid f(n)$.

A5. Ustalmy liczbę naturalną $n \geq 2$. Będziemy dalej rozważać wyłącznie ciągi n -elementowe, z których każdy zawiera wszystkie liczby naturalne od 1 do n , w pewnej kolejności. Nazwijmy dwa takie ciągi (a_1, a_2, \dots, a_n) i (b_1, b_2, \dots, b_n) podobnymi, jeśli

$$a_i = b_i \text{ dla przynajmniej jednego } i \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

W zależności od n wyznaczyć największą liczbę k , dla której prawdziwe jest zdanie:
Istnieje k różnych ciągów, z których każde dwa są podobne.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać listem poleconym na adres:

Wielkopolska Liga Matematyczna
(dr Bartłomiej Bzdega)
Collegium Mathematicum
ul. Umultowska 87
61-614 Poznań

w terminie do

31 stycznia 2018r.

(decyduje data stempla pocztowego).

Wszystkie nadesłane przez uczestnika rozwiązania powinny być zapisane na oddzielnych kartkach formatu A4, zapisanych po jednej stronie. W lewym, górnym narożniku każdego arkusza uczestnik wpisuje swoje imię i nazwisko oraz nazwę szkoły i klasy. Warto podać również swój adres e-mail.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z Regulaminem dostępnym na stronie WLM.

Wszelkie informacje o Wielkopolskiej Lidze Matematycznej, w tym treści zadań oraz aktualny ranking uczestników, można znaleźć pod adresem

wlm.wmi.amu.edu.pl