



B1. Trójkąt ABC jest prostokątny. Punkt C' jest spodkiem wysokości tego trójkąta, opuszczonej na przeciwprostokątną AB . Punkty K i L leżą odpowiednio na odcinkach AC i BC , przy czym $CK = CL = CC'$. Proste AC i LC' przecinają się w punkcie P , a proste BC i KC' w Q . Dowieść, że $AP + BQ = AB$.

B2. Na okręgu o środku O pomalowano na czerwono pewną liczbę rozłącznych łuków wraz z końcami. Łączna długość wszystkich czerwonych łuków jest większa niż połowa długości okręgu. Dowieść, że jeśli $0^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, to istnieją takie czerwone punkty A i B , że $\sphericalangle AOB = \alpha$.

B3. Liczba naturalna $n \geq 1$ jest nieparzysta. Dla $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ niech a_k będzie liczbą naturalną, dla której zachodzą nierówności

$$2^{a_k-1} \leq \frac{n}{k} < 2^{a_k}.$$

Dowieść, że $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_n = n$.

B4. Pięciokąt $ABCDE$ jest wypukły i spełnia warunki

$$AB \parallel CE, \quad BC \parallel DA, \quad CD \parallel EB, \quad DE \parallel AC.$$

Wykazać, że $EA \parallel BD$.

B5. W ciągu $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{4n})$ występują liczby 1 i -1 , każda z nich po $2n$ razy. Wyznaczyć największą możliwą wartość wyrażenia

$$\left| a_1 a_2 a_3 + a_2 a_3 a_4 + a_3 a_4 a_5 + \dots + a_{4n-2} a_{4n-1} a_{4n} + a_{4n-1} a_{4n} a_1 + a_{4n} a_1 a_2 \right|.$$

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać listem poleconym na adres:

Wielkopolska Liga Matematyczna
(dr Bartłomiej Bzdega)
Collegium Mathematicum
ul. Umultowska 87
61-614 Poznań

w terminie do

28 lutego 2018r.

(decyduje data stempla pocztowego).

Wszystkie nadesłane przez uczestnika rozwiązania powinny być zapisane na oddzielnych kartkach formatu A4, zapisanych po jednej stronie. W lewym, górnym narożniku każdego arkusza uczestnik wpisuje swoje imię i nazwisko oraz nazwę szkoły i klasy. Warto podać również swój adres e-mail.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z Regulaminem dostępnym na stronie WLM.

Wszelkie informacje o Wielkopolskiej Lidze Matematycznej, w tym treści zadań oraz aktualny ranking uczestników, można znaleźć pod adresem

wlm.wmi.amu.edu.pl