



**A1.** Znaleźć wszystkie liczby naturalne  $n$ , dla których  $4^n + 2^n + 17$  jest kwadratem liczby naturalnej.

**A2.** Dla liczb rzeczywistych  $x \neq 0$  i  $y \notin \{-1, 0, 1\}$  definiujemy zbiory

$$A = \{x, 2x, 3x, 4x, \dots\} \quad \text{i} \quad B = \{y, y^2, y^3, y^4, \dots\}.$$

Udowodnić, że dla każdego całkowitego nieujemnego  $n$  można tak dobrać liczby  $x$  i  $y$ , by zbiory  $A$  i  $B$  miały dokładnie  $n$  elementów wspólnych.

**A3.** Prosta  $\ell$  przechodzi przez środek ciężkości trójkąta  $ABC$  oraz przecina odcinki  $AC$  i  $BC$ . Wykazać, że odległość punktu  $C$  od prostej  $\ell$  jest równa sumie odległości punktów  $A$  i  $B$  od prostej  $\ell$ .

**A4.** Na nieskończonej szachownicy gracze stawiają na zmianę kółko (gracz I) i krzyżyk (gracz II). Gra się kończy, gdy gracz I zapełni kółkami pewien kwadrat  $2 \times 2$ . Rozstrzygnąć, czy gracz I posiada strategię, która pozwoli mu zakończyć grę, niezależnie od tego, co zrobi przeciwnik.

**A5.** Liczby naturalne  $m \geq n \geq 2$  oraz  $1 < a_1 < a_2 < \dots < a_m < 2^n$  spełniają warunek  $\text{NWD}(a_1, a_2, \dots, a_m) = 1$ . Dowieść, że istnieją parami różne liczby  $i_1, i_2, \dots, i_n \in \{1, 2, \dots, m\}$ , dla których  $\text{NWD}(a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n}) = 1$ .

Rozwiązania powyższych zadań należy przesyłać listem poleconym na adres:

Wielkopolska Liga Matematyczna  
(dr Bartłomiej Bzdęga)  
Collegium Mathematicum  
ul. Umultowska 87  
61-614 Poznań

w terminie do

**31 stycznia 2019 r.**

(decyduje data stempla pocztowego).

Wszystkie nadesłane przez uczestnika rozwiązania powinny być zapisane na oddzielnych kartkach formatu A4, zapisanych po jednej stronie. W lewym, górnym narożniku każdego arkusza uczestnik wpisuje swoje imię i nazwisko oraz nazwę szkoły i klasy. Warto podać również swój adres e-mail.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na stronie WLM.

Wszelkie informacje o Wielkopolskiej Lidze Matematycznej, w tym treści zadań oraz aktualny ranking uczestników, można znaleźć pod adresem

[wlm.wmi.amu.edu.pl](http://wlm.wmi.amu.edu.pl)