



**A1.** Dane są liczby całkowite dodatnie  $a, b, c, d$ , dla których  $abc, bcd, cda, dab$  są kwadratami liczb naturalnych. Udowodnić, że liczby  $a, b, c, d$  również są kwadratami liczb naturalnych.

**A2.** Liczby rzeczywiste  $x, y, z \neq 0$  spełniają równości

$$\frac{x^2 + y^2}{z} = \frac{y^2 + z^2}{x} = \frac{z^2 + x^2}{y}.$$

Wykazać, że  $x = y = z$ .

**A3.** Niech  $S(W)$  oznacza sumę kwadratów długości boków wielokąta  $W$ . Udowodnić, że dla każdego wielokąta wypukłego  $W$  można wskazać trzy jego wierzchołki, które tworzą trójkąt  $T$  spełniający nierówność  $S(T) \geq S(W)$ .

**A4.** Niech  $k \geq 1$  będzie liczbą naturalną. Dowieść, że jeśli iloczyn pewnych  $k$  kolejnych liczb naturalnych dzieli się przez  $4^k$ , to dokładnie jeden z czynników dzieli się przez  $2^{k+1}$ .

**A5.** W zależności od liczby całkowitej dodatniej  $n$  wyznaczyć największą liczbę  $k$  o następującej własności: dla każdego podziału kwadratu o boku  $2n$  na prostokąty o wymiarach  $2 \times 1$  istnieje prosta, która przecina co najmniej  $k$  prostokątów.

*Uwaga. Prosta przecina prostokąt, jeśli przechodzi przez jego wnętrze. Ta prosta nie musi być równoległa do boku kwadratu.*

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać listem poleconym na adres:

Wielkopolska Liga Matematyczna  
(Małgorzata Bednarska-Bzdęga)  
Collegium Mathematicum  
ul. Uniwersytetu Poznańskiego 4  
61-614 Poznań

w terminie do

**31 stycznia 2020 r.**

(decyduje data stempla pocztowego).

Wszystkie nadesłane przez uczestnika rozwiązania powinny być napisane na oddzielnych kartkach formatu A4, zapisanych po jednej stronie. W lewym, górnym narożniku każdego arkusza uczestnik wpisuje swoje imię i nazwisko oraz nazwę szkoły i klasy. Warto podać również swój adres e-mail.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na stronie WLM.

Wszelkie informacje o Wielkopolskiej Lidze Matematycznej, w tym treści zadań oraz aktualny ranking uczestników, można znaleźć pod adresem

[wlm.wmi.amu.edu.pl](http://wlm.wmi.amu.edu.pl)