



- C1.** Liczby rzeczywiste  $x, y, z$  spełniają równość  $x + y + z = 0$ . Wykazać, że  $x \cdot 2^x + y \cdot 2^y + z \cdot 2^z \geq 0$ .
- C2.** Dany jest trójkąt  $ABC$ . Wyznaczyć taki punkt  $P$  wewnątrz niego, by iloczyn odległości punktu  $P$  od prostych  $AB, BC$  i  $CA$  był możliwie największy.
- C3.** W spotkaniu uczestniczy  $2n$  osób, liczba  $n \geq 1$  jest naturalna. Ustalono, że każde dwie nieznające się osoby mają różną liczbę znajomych. Każdy chce siedzieć przy stole wyłącznie ze swoimi znajomymi (niekoniecznie wszystkimi) albo sam. Dowieść, że wystarczy do tego  $n$  stołów.  
*Zakładamy, że jeśli osoba  $A$  jest znajomym  $B$ , to również  $B$  jest znajomym  $A$ .*
- C4.** Niech  $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$  będzie wielomianem o współczynnikach rzeczywistych. Wiadomo, że wielomian  $P(x)^2$  ma wszystkie współczynniki całkowite. Dowieść, że wielomian  $P(x)$  również ma wszystkie współczynniki całkowite.
- C5.** Liczby całkowite dodatnie  $a, b, u$  i  $v$  spełniają równość  $au + bv = ab + 1$ . Niech  $A$  oznacza zbiór wszystkich liczb postaci  $ax + by$  dla całkowitych  $x$  i  $y$ , spełniających warunki  $0 \leq x < u$  i  $0 \leq y < v$ . Przez  $B$  oznaczmy zbiór liczb postaci  $ax + by - ab$ , w której  $x$  i  $y$  są liczbami całkowitymi spełniającymi nierówności  $u \leq x < b$  i  $v \leq y < a$ . Ze wszystkich elementów zbiorów  $A$  i  $B$  utworzono ciąg rosnący. Dowieść, że elementy zbiorów  $A$  i  $B$  występują w tym ciągu na zmianę.

Rozwiązania powyższych zadań należy przesłać listem poleconym na adres:

Wielkopolska Liga Matematyczna  
(Małgorzata Bednarska-Bzdęga)  
Collegium Mathematicum  
ul. Uniwersytetu Poznańskiego 4  
61-614 Poznań

w terminie do

**31 marca 2020 r.**

(decyduje data stempla pocztowego).

Wszystkie nadesłane przez uczestnika rozwiązania powinny być zapisane na oddzielnych kartkach formatu A4, zapisanych po jednej stronie. W lewym, górnym narożniku każdego arkusza uczestnik wpisuje swoje imię i nazwisko oraz nazwę szkoły i klasy. Warto podać również swój adres e-mail.

Przed wysłaniem rozwiązań zadań prosimy zapoznać się z regulaminem dostępnym na stronie WLM.

Wszelkie informacje o Wielkopolskiej Lidze Matematycznej, w tym treści zadań oraz aktualny ranking uczestników, można znaleźć pod adresem

[wlm.wmi.amu.edu.pl](http://wlm.wmi.amu.edu.pl)